Ученые записки Таврического национального университета имени В.И.Вернадского
Серия «География». Том 22 (61). 2009 г. № 1. С 79-89

УДК 551.24:556.18:622.831

НОВЫЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ПОВЕДЕНИЯ ГОРНОГО МАССИВА

Приходько С. Ю. [1]***, Таранец Р. М.*** [2]***, Матвиенко С.А.*** [3]

[1]Донецкий национальный технический университет, Украина , Донецк
[2]Институт прикладной математики и механики НАНУ, Украина, Донецк
[3]Государственное предприятие «КБ «Южное», Украина, Днепропетровск
E-mail:matvienko_2005@ukr.net

Предложена математическая модель, описывающая поведение горного массива при воздействии на него массовых сил. Найдены условия на параметры задачи при которых возможны геотектонические нарушения.
Ключевые слова: модель горного массива, флуктуации, релятивистские эффекты.

ВВЕДЕНИЕ

В любой из геотектонических гипотез должны быть четко определены силы, участвующие в перемещениях или преобразованиях масс в земной коре, и источник энергии, поддерживающий эти силы в течении определенного периода времени [9]. Модели горного массива, рассматриваемые при прогнозировании газодинамических явлений, основаны на детерминистическом причинном описании. Однако такое описание не всегда является адекватным. Главная причина этого состоит в том, что в макроскопических системах существование многих степеней свободы часто приводит к возникновению флуктуаций. После возникновения макроскопической флуктуации система ведет себя в соответствии с определенными феноменологическими законами. Флуктуации, хотя и являются измеримыми величинами, должны оставаться малыми по сравнению с макроскопическими величинами. Малые флуктуации при наличии критической точки усиливаются, достигают макроскопического уровня и переводят систему в новое состояние, т.е. приводят к возникновению новой фазы в системе [10].

В работах [1-3] для описания качественного поведения амплитуды вертикального смещения локальной области земной поверхности использовалась модель колебания упругой тонкой пластины под действием внешних массовых сил. Учитывая относительную локальность области, в которой рассматривается модель, можно пренебречь вращением Земли. В качестве внешних сил V_e рассматривается воздействие на земную поверхность комплекса экзогенных процессов и эрозионных волн [2], влияние долговременных тенденций изменения атмосферного давления, результаты гравитационного взаимодействия Земли с другими космическими телами (например, Солнцем, Луной) и т.п. В качестве внутренних сил V_i учитывается влияние вертикальных тектонических движений, возникающих как вследствие движения тектонических плит, так и в результате процессов физикохимической дифференциации вещества в недрах Земли. Получено модельное уравнение, которое учитывает зависимость амплитуды вертикального смещения, а, следовательно напряжений на земной поверхности, от взаимодействия внешнего и внутреннего суммарных потенциалов [1-3]. В работе [1] была рассмотрена модель упругих деформаций земной коры, которая при условии сохранения объёма в нутационной системе координат (нутационная система координат – система отчёта, определенным образом связанная с инерциальной системой отчёта) для амплитуды вертикального смещения принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho}\Delta h + \frac{\partial f}{\partial h}, \tag{1}$$

где $h = h(t, x, y)$ – вертикальное смещение, зависящее от времени t и декартовых координат x, y; $f = f(h) := V_e + V_i$ – сумма внешнего (V_e) и внутреннего (V_i) потенциалов**,** действующих на горный массив; μ - параметр Ламе (Па); ρ - плотность (кг/м^3); $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ - оператор Лапласа.

Основной целью данной работы является определение значений некоторого положительного параметра β, который определяет динамику взаимодействия внешних и внутренних сил в безразмерной математической модели (12), при которых в системе возможно нарушение энергетического баланса. Для этого необходимо выполнить:

4. переход к безразмерной форме в модели (1);
5. построение энергетической диаграммы для задачи (12)-(13);
6. анализ энергетической диаграммы.

2.ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сделаем нормировку в уравнении (1) [6,7]. Пусть

$$\bar{t} = \frac{t}{t_0}, \bar{x} = \frac{x}{l_x}, \bar{y} = \frac{y}{l_y}, \bar{h} = \frac{h}{h_0}, \bar{f} = \frac{f}{f_0}, l = l_x = l_y, \tag{2}$$

где t_0 - характерное время релаксации горного массива (с), l-характерный размер горного массива (м), h_0- характерная амплитуда инверсионного подъема (м), f_0- характерное значение среднего суммарного потенциала определяющее геодинамику массива (м^2/с^2). Подставляя (2) в (1), мы получаем

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{t}^2} = \frac{t_0^2 \mu}{l^2 \rho}\Delta \bar{h} + \frac{t_0^2 f_0}{h_0^2}\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{h}}. \tag{3}$$

Теперь рассмотрим детально поведение суммарного потенциала f. В работе [11] (формула (1.17), стр. 22) была найдена теоретическая высота ξ наблюдаемого прилива для эквипотенциальной поверхности (геоид), которая зависит от отношения между лунно-солнечным потенциалом W_2 и ускорением силы тяжести g в некоторой точке поверхности, т.е.

$$\xi = \frac{W_2}{g}. \tag{4}$$

В нашем случае $\xi = h$ и $V_e = W_2$. Таким образом, из (4) для нашей ситуации мы находим что

$$h = \frac{V_e}{g}. \tag{5}$$

Проводя нормировку (5), с помощью (2) и $\overline{V}_e = \dfrac{V_e}{V_{0e}}$, где V_{0e} - значение среднего внешнего потенциала, получаем:

$$\overline{h} = \frac{V_{0e}}{h_0 g}\overline{V}_e. \tag{6}$$

Принимая во внимание тот факт, что ускорение вариации силы тяжести g в большей мере зависит от изменений внешнего потенциала, нежели от других факторов, т.е. g является функций от $\overline{V}_e$, предположим следующую связь между ними:

$$g = g_0 \overline{V}_e^{\alpha} \quad (\alpha > 0), \tag{7}$$

где g_0- среднее значение ускорения силы тяжести, а α – безразмерный положительный параметр характеризующий качественное поведение ускорения силы тяжести в горном массиве. Таким образом, наше предположение (7) говорит о том, что с увеличением воздействия внешнего потенциала ускорения силы тяжести также растет, а скорость роста зависит от значения параметра $\alpha > 0$, который, вообще говоря, может зависеть от многих факторов. Далее, из соотношения (6) и предположения (7) находим качественную зависимость $\overline{h}$ от $\overline{V}_e$:

$$\overline{h} = \frac{V_{0e}}{h_0 g_0}\overline{V}_e^{1-\alpha},$$

откуда выводим, что

$$\overline{V}_e = \left(\frac{h_0 g_0}{V_{0e}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \overline{h}^{\frac{1}{1-\alpha}}. \tag{8}$$

Из соотношения (8) следует, что параметр α должен быть меньше 1, т.е.

$0<\alpha<1$. В случае $\alpha \geq 1$ с увеличением V_e вертикальное смещение не возрастало бы (отсутствовало бы возрастание вертикального смещения), что противоречит эмпирическим данным по измерению вариации силы тяжести [11].

Далее, предположим, что поведение соответствующего внутреннего потенциала V_i пропорционально изменению ускорения силы тяжести:

$$V_i = -\ a_S g\,, \tag{9}$$

т.е. рост силы тяжести вызывает возрастание внутреннего потенциала, где a_S - значение среднего расстояния от центра геоида до наблюдаемой поверхности горного массива (м). Отметим, что предположение (9) означает, что горный массив ведет себя подобно тонкой пленке. Учитывая соотношение (7) и $\overline{V}_i = \dfrac{V_i}{V_{0i}}$ где V_{0i} - значение среднего внутреннего потенциала, мы находим из (9), что

$$\overline{V}_i = -\ \frac{a_S}{V_{0i}} g = -\frac{a_S g_0}{V_{0i}} \overline{V}_e^{\,\alpha} = -\frac{a_S g_0}{V_{0i}} \left(\frac{h_0 g_0}{V_{0e}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \overline{h}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \tag{10}$$

Таким образом, в силу наших предположений (7) и (9), принимая во внимание (8), (10) и полагая $f_0 = V_{0e} = V_{0i}$, уравнение (3) приводится к нелинейному уравнению колебаний пластины вида:

$$\frac{\partial^2 \overline{h}}{\partial \overline{t}^{\,2}} = \frac{t_0^2 \mu}{l^2 \rho} \Delta \overline{h} + \frac{t_0^2 f_0}{h_0^2} \left(\frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{h_0 g_0}{f_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \overline{h}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{a_S g_0}{f_0} \left(\frac{h_0 g_0}{f_0}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \overline{h}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}-1} \right). \tag{11}$$

Введём следующие обозначения:

$$c_0 = \frac{t_0^2 \mu}{l^2 \rho},\ c_1 = \frac{t_0^2 f_0}{h_0^2 (1-\alpha)} \left(\frac{h_0 g_0}{f_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}},\ c_2 = \frac{t_0^2 \alpha a_S g_0}{h_0^2 (1-\alpha)} \left(\frac{h_0 g_0}{f_0}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}},\ \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

С учетом наших обозначений, опуская знак черты, уравнение (11) запишется в следующем безразмерном виде:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = c_0 \Delta h + c_1 h^{\beta} - c_2 h^{\beta-1}. \tag{12}$$

В дальнейшем, не нарушая общности, мы будем рассматривать уравнение (12) в некоторой фиксированной области Ω с границей $\partial\Omega$ и полагать $c_0 = 1$. Вместе с (12) рассмотрим следующие граничное и начальные условия:

$$h\big|_{\partial\Omega} = 0, \quad h\big|_{t=0} = h_0(x), \quad h_t\big|_{t=0} = h_1(x), \tag{13}$$

где $h_0(x)$ - некоторая начальная геометрия горного массива, а $h_1(x)$ - его начальная скорость изменения.

Замечание. Если $c_1 = 0, c_2 > 0$ и $\beta \geq 1$, то глобально (по времени) ограниченное решение задачи (12)-(13) существует и единственно (см. [4]). Отметим, что уравнение такого вида возникает в релятивистской квантовой механике (см., например, [5]). Если $c_1 > 0$ и $\beta > 1$, то глобально (по времени) ограниченное решение задачи (12)-(13) не существует, но может существовать решение вплоть до некоторого момента времени T^*, который зависит от начальной энергии горного массива.

Далее, исследуем поведение градиента решения задачи (12)-(13) в зависимости от упругой энергии системы:

$$E_{elast}(h(t)) := \frac{1}{2}\int\left(h_t^2 + |\nabla h|^2 + \frac{2c_2}{\beta}h^\beta\right)dx,$$

которая не учитывает влияние внешних сил. Отдельно рассмотрим два случая: $0 < \beta \leq 1$ и $\beta > 1$. Умножим уравнение (12) на h_t и проинтегрируем его по области Ω. В результате получим:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\left(h_t^2 + |\nabla h|^2 + \frac{2c_2}{\beta}h^\beta\right)dx = c_1\int h^\beta h_t \leq \frac{c_1}{2}\int\left(h_t^2 + h^{2\beta}\right)dx. \tag{14}$$

Если $0 < \beta \leq 1$, то из (14), используя теорему вложения Соболева $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \subset L^\gamma(\Omega)$ $(\gamma > 0)$ (см. [8]), а именно, оценку

$$\|h\|_{L^\gamma(\Omega)} \leq C_0\|\nabla h\|_{L^2(\Omega)}, \tag{15}$$

где C_0 - некоторая положительная постоянная, мы устанавливаем:

$$\frac{d}{dt}E_{elast}(h(t)) \leq d_1 E_{elast}(h(t)), \quad d_1 = c_1\left(1 + C_0^{2\beta}\right),$$

откуда находим, что

$$E_{elast}(h(t)) \leq e^{d_1 t}E_{elast}(h(0)). \tag{16}$$

Следовательно, градиент смещения ведёт себя следующим образом:

$$\int|\nabla h|^2\,dx \leq 2e^{d_1 t}E_{elast}(h(0))$$

в любой момент времени $t > 0$.

Если $\beta > 1$, то из (14), с учетом неравенства (15), получаем:

$$\frac{d}{dt}E_{elast}(h(t)) \leq d_2 E_{elast}^\beta(h(t)), \quad d_2 = 2^{\beta-1}c_1\left(1 + C_0^{2\beta}\right),$$

откуда находим следующую оценку:

$$E_{elast}(h(t)) \le \frac{E_{elast}(h(0))}{\left(1-d_2(\beta-1)E_{elast}^{\beta-1}(h(0))t\right)^{\frac{1}{\beta-1}}}, \tag{17}$$

которая остается справедливой вплоть до некоторого момента времени

$$T^* = \frac{1}{d_2\left(\beta-1\right)E_{elast}^{\beta-1}(h(0))}, \tag{18}$$

а при $t \to T^*$ она разрушается. Таким образом, (17) дает нам оценку сверху для поведения градиента смещения, т.е.

$$\int |\nabla h|^2 \, dx \le \frac{2E_{elast}(h(0))}{\left(1-d_2(\beta-1)E_{elast}^{\beta-1}(h(0))t\right)^{\frac{1}{\beta-1}}} \quad \text{для всех} \quad 0 < t < T^*.$$

Причем, при $t \to T^*$ горный массив может претерпевать существенные тектонические нарушения.

Как следствие вышеизложенных рассуждений можно заключить, что для упругой энергии $E_{elast}(h(t))$, которая не учитывает влияние внешних сил, закон сохранения энергии нарушается.

3. ПОСТРОЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ДИАГРАММЫ

В этом разделе мы будем рассматривать полную энергию открытой системы:

$$E(h(t)) := \frac{1}{2}\int \left(h_t^2 + |\nabla h|^2 - \frac{2c_1}{\beta+1}h^{\beta+1} + \frac{2c_2}{\beta}h^{\beta} \right) dx,$$

которая в отличие от $E_{elast}(h(t))$ сохраняет энергетический баланс. Умножим уравнение (12) на h_t и проинтегрируем его по области Ω. В результате получим:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int \left(h_t^2 + |\nabla h|^2 \right) dx = \frac{c_1}{\beta+1}\frac{d}{dt}\int h^{\beta+1} dx - \frac{c_2}{\beta}\frac{d}{dt}\int h^{\beta} dx,$$

откуда находим, что

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int \left(h_t^2 + |\nabla h|^2 - \frac{2c_1}{\beta+1}h^{\beta+1} + \frac{2c_2}{\beta}h^{\beta} \right) dx = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}E(h(t)) = 0.$$

Таким образом, после интегрирования по времени, мы получаем закон сохранения полной энергия системы, т.е.

$$E(h(t)) = E(h(0)), \tag{19}$$

где, с учетом (13),

$$E(h(0)) = \frac{1}{2}\int \left(h_1^2(x) + |\nabla h_0(x)|^2 - \frac{2c_1}{\beta+1}h_0^{\beta+1}(x) + \frac{2c_2}{\beta}h_0^{\beta}(x) \right) dx. \tag{20}$$

Из теории бинарных систем, хорошо известно, что знак начальной энергии системы существенно влияет на ее поведение, например, если начальная энергия отрицательна, то это приводит к фазовому переходу. Применительно к нашей ситуации, это означает следующее: если $E(h(0))<0$, то в системе, при определенных значениях параметров, возможен быстрый рост градиента амплитуды инверсионного подъема.

Как было показано в предыдущем разделе, случай $0<\beta\le 1$ и $\beta>1$ существенно отличаются. Для $0<\beta\le 1$ была показана ограниченность градиента смещения на любом фиксированном временном интервале, а для $\beta>1$ была установлена ограниченность этого градиента только до некоторого момента времени T^* (см. (18)). Ниже, мы расширим результаты предыдущего анализа, принимая во внимание закон сохранения полной энергии системы (19), и проведем более детальную классификацию возможного поведения градиента смещения.

Итак, из (19), применяя (15), мы находим, что

$$\frac{1}{2}\int\left(h_t^2+|\nabla h|^2\right)dx=\int\left(\frac{c_1}{\beta+1}h^{\beta+1}-\frac{c_2}{\beta}h^{\beta}\right)dx+E(h(0))\le$$

$$\le\frac{c_1}{\beta+1}\int h^{\beta+1}dx+E(h(0))\le\frac{c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\left(\int|\nabla h|^2\,dx\right)^{\frac{\beta+1}{2}}+E(h(0)).$$

Отсюда, мы получаем следующее неравенство для градиента:

$$\frac{c_1C_0^{\beta+1}}{\beta+1}\left(\frac{\beta+1}{2c_1C_0^{\beta+1}}-\left(\int|\nabla h|^2\,dx\right)^{\frac{\beta-1}{2}}\right)\int|\nabla h|^2dx\le E(h(0)). \qquad (21)$$

В начале, проанализируем оценку (21) для случая $0<\beta<1$. В зависимости от значений начальной энергии возможны пять различных ситуаций:

1) если $E(h(0))<E^*=-\dfrac{(1-\beta)(c_1C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}}{2(\beta+1)}<0$, то неравенство (21) не выполняется, а следовательно не существует универсальной (независящей от времени) оценки градиента решения;

2) если $E(h(0))=E^*$, то градиент решения в точности равен $\int|\nabla h|^2dx=(c_1C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}$ в любой момент времени $t>0$;

3) если $E^*<E(h(0))<0$, то градиент решения имеет двухстороннюю оценку при любом $t>0$, а именно,

$a_1\le\int|\nabla h|^2dx\le a_2$,

где постоянные $0 < a_1 < a_2 < \left(\frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ зависят от значения начальной энергии $E(h(0))$;

4) если $E(h(0)) = 0$, то имеет место оценка градиента решения сверху $\int |\nabla h|^2 dx \le \left(\frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ при любом $t > 0$;

5) если $E(h(0)) > 0$, то градиент решения ограничен сверху $\int |\nabla h|^2 dx \le a_3$, при любом $t > 0$, и постоянная $a_3 > \left(\frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}}$ зависит от $E(h(0))$.

Таким образом, в случае $0 < \beta < 1$ и $E(h(0)) \ge E^*$, мы получим, что градиент всегда ограничен сверху, а в силу теоремы вложения Соболева $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega) \subset C(\overline{\Omega})$ (см. [8]), и амплитуда тоже, т.е.

$|h| \le C < \infty$.

Теперь проанализируем оценку (21) в случае $\beta > 1$. В зависимости от значений начальной энергии возможны три ситуации:

1) если $E(h(0)) > 0$, то градиент решения в любой момент времени $t > 0$ не имеет универсальной оценки сверху;

2) если $E(h(0)) = 0$, то градиент решения ограничен снизу $\int |\nabla h|^2 dx \ge \left(\frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} \right)^{\frac{2}{\beta-1}}$ при любом $t > 0$;

3) если $E(h(0)) < 0$, то градиент решения имеет оценку снизу $\int |\nabla h|^2 dx \ge a_4$ при любом $t > 0$, где постоянная $a_4 > \left(\frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} \right)^{\frac{2}{\beta-1}}$ зависит от $E(h(0))$.

Итак, в случае $\beta > 1$ и $E(h(0)) \le 0$, мы получим, что градиент всегда ограничен снизу, т.е.

$\int |\nabla h|^2 \, dx \ge C > 0.$

Осталось рассмотреть случай, когда $\beta = 1$. Из оценки (21) мы получим, что

$\chi \int |\nabla h|^2 \, dx \le E(h(0))$,

где $\chi = \frac{1}{2} - \frac{c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1}$. Отсюда, в свою очередь, мы устанавливаем, что

1) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) < 0$, то $\int |\nabla h|^2 \, dx$ не имеет универсальной верхней оценки;

2) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) = 0$, то $\int |\nabla h|^2 \, dx = 0$, откуда следует, что $h = cons$,

3) если $\chi > 0$ и $E(h(0)) > 0$, то $\int |\nabla h|^2 \, dx \le \frac{2(\beta+1)}{\beta+1-2c_1 C_0^{\beta+1}} E(h(0))$;

4) если $\chi < 0$ и $E(h(0)) < 0$, то $\int |\nabla h|^2 \, dx \ge -\frac{2(\beta+1)}{2c_1 C_0^{\beta+1} - \beta - 1} E(h(0))$;

5) если $\chi < 0$ и $E(h(0)) \ge 0$, то $\int |\nabla h|^2 \, dx$ не имеет универсальной верхней оценки.

Представим, полученные в разделах 2 и 3, результаты в виде сводной таблицы:

Таблица 1.

$E(h(0))$	$\int \lvert\nabla h\rvert^2 \, dx$
$0 < \beta < 1$	
$E(h(0)) < E^* < 0$	Квалифицированная оценка сверху на любом фиксированном временном интервале
$E(h(0)) = E^*$	$= (c_1 C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}$
$E^* < E(h(0)) < 0$	Универсальная двухсторонняя оценка сверху и снизу
$E(h(0)) \ge 0$	Универсальная оценка сверху
$\beta > 1$	
$E(h(0)) > 0$	Квалифицированная оценка сверху локальная по времени
$E(h(0)) \le 0$	Универсальная оценка снизу и оценка сверху локальная по времени
$\beta = 1$	
$\chi > 0$, $E(h(0)) < 0$	Квалифицированная оценка сверху на любом фиксированном временном интервале
$\chi > 0$, $E(h(0)) = 0$	$= 0$
$\chi > 0$, $E(h(0)) > 0$	Универсальная оценка сверху
$\chi < 0$, $E(h(0)) < 0$	Универсальная оценка снизу и квалифицированная оценка сверху на любом фиксированном временном интервале
$\chi < 0$, $E(h(0)) \ge 0$	Квалифицированная оценка сверху на любом фиксированном временном интервале

ВЫВОДЫ

Рассмотренную математическую модель горного массива можно считать универсальной. При задании соответствующих геометрических параметров и краевых условий, эту данную модель можно использовать при исследованиях динамики горных массивов в любой области земного шара.

Хорошо известно, что тензор деформаций $\underline{H}$ и тензор напряжений $\underline{P}$ линейно связаны друг с другом законом Гука:

$$\underline{P} = \lambda\theta\underline{I} + 2\mu\underline{H}$$

где λ и μ параметры Ламе, θ - изменение объема, $\underline{I}$ – единичная матрица. В ситуации когда объем не изменяется ($\theta = 0$), мы получим более простую связь между $\underline{H}$ и $\underline{P}$, а именно, $\underline{P} = 2\mu\underline{H}$. Таким образом, определяя поведение градиента вертикального смещения (который связан с тензором деформаций $\underline{H}$) мы тем самым определяем поведение соответствующих напряжений в горном массиве. Найденная зависимость между значением начальной энергии системы и поведением градиента вертикального смещения (см. Таблица 1), а как следствие и самого вертикального смещения, позволяет получать информацию о поведении напряжений внутри горного массива.

Список литературы

1. Таранец Р. М., Привалов В. А., Приходько С. Ю. Новый подход к оценке влияния внешних и внутренних сил на поведение горного массива” // Проблеми екології. – Донецьк : ДонНТУ, 2007, № 1–2, С. 46-50.

2. Таранец Р. М., Привалов В. А., Приходько С. Ю. Об одном из аспектов нелинейной геодинамики: влияние массовых сил на тектоническое поведение земной поверхности на примере Донецкого бассейна / Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: “Гірничо-геологічна”. Випуск №6 (125). – Донецьк, ДВНЗ “ДонНТУ”, 2007. – С. 205-210.

3. Приходько С. Ю., Таранец Р. М. Исследование влияния внешних и внутренних сил на поведение горного массива // Материалы 11-й международной конференции “Геоинформационные технологии в управлении территориальным развитием”, Ялта. – 2008.

4. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М. : Мир. 1972. – С. 588

5. Segal I.E. The global Cauchy Problem for a relativistic scalar field with power interaction // Bull. Soc. Math. France, V. 91 (1963), P. 129-135.

6. Кутателадзе С. С. Анализ подобия и физические модели. – Новосибирск: Наука, 1986. – С. 295

7. Гухман А. А. Введение в теорию подобия. М. , Высшая школа. – 1973. – С. 296

8. Мазья В.Г. Пространства Соболева. Л. ,1985. – С. 415

9. Тяпкин К.Ф. Физика Земли: Учебник. – К. : Вища шк., 1998. – С. 312

10. Приходько С.Ю., Панов Б. С. Новый подход к описанию геодинамической модели горного массива // Доповіді і повідомлення 4-ї Міжнародної наукової конференції 21-25 квітня 2005 р. у м. Донецьку. – С. 139-141.

11. Мельхиор П. Земные приливы. М. , Мир. – 1968. – С. 482

Приходько С. Ю., Таранець Р. М., Матвієнко С.А. Новий підхід до аналізу поводження гірського масиву // Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Географія. – 2009. – Т.22 (61). – №1 – С. 79-89.
Запропоновано математичну модель, що описує поводження гірського масиву при впливі на нього масових сил. Знайдено умови на параметри завдання при яких можливі геотектонические порушення.
Ключові слова: модель гірського масиву,флуктуації,релятивістські ефекти.

Prihodko S. J., Taranets R.M., Matvienko S.A. The new approach to the analysis of behaviour of the hills // Scientific Notes of Taurida V. Vernadsky National University. – Series: Geography. – 2009. – Vol. 22 (61). – №1 – P. 79-89.
The mathematical model describing behaviour of a hills at influence on it of mass forces is offered. Conditions on parameters of a problem are found at which geotectonic infringements are possible.
Key words: model of a hills, fluctuation, relativistic effects.

Поступила в редакцию 22.04.2009 г.