

УДК 532.543

МОДЕЛЮВАННЯ ПОТОКІВ РІДИНИ НА ТЕРИТОРІЇ ВОДОЗБОРУ З ВИКОРИСТАННЯМ WEB-АПЛІКАЦІЙ З GIS- КОМПОНЕНТОЮ НА ОСНОВІ ARCGIS SERVER'А

Венгерський П., Кіщак І., Коковська Я.

*Львівський національний університет імені Івана Франка
E-mail: p_vengersky@franko.lviv.ua*

Розглянуто підхід до моделювання стоку нестисливої рідини у псевдопризматичному руслі з вертикальною площиною симетрії. Описано умови стійкості для встановленого потоку. Введено і проаналізовано значення корективу середньої швидкості для різних видів потоків у річках. Наведено варіаційне формулювання задачі, яка розв'язувалася методом скінченних елементів. Результати протестовано на прикладі, що має аналітичний розв'язок, а також виконано порівняння результатів обчислень із лабораторними дослідженнями інших авторів.

В даній роботі запропоновано технології, яка б дала змогу використовувати ArcGIS-розширення, тобто GIS-компоненти, для Web-застосувань на базі ArcGIS Server'а. Такі технології забезпечують просте та зручне інтегрування та використання GIS-компонент на WEB-сайті, де на окремому шарі надаються можливості моделювання та розв'язування прикладних задач руху потоків води у річках.

Ключові слова: рівняння руху рідини, швидкість потоку, переріз русла, напірний рух, радіус кривини середньої лінії дна, проекційні рівняння, схема Гальоркіна, метод скінченних елементів, однокрокова рекурентна схема, лінеаризація.

ВСТУП

Сьогодні гідрологічні системи, до яких можна зачислити річкові басейни, ріки, озера, зазнають сильного антропогенного впливу. Господарська діяльність на водозборі, використання водних ресурсів та зумовлені перетворенням природного середовища регіональні і глобальні зміни клімату не можуть не спричинити зміни у гідрологічному циклі та в процесах формування річкового стоку.

Виникає потреба оцінювати ці зміни і, якщо можливо, передбачити стан гідрологічних систем у майбутньому. Деколи такі оцінки можна зробити на підставі даних експериментальних дослідів шляхом порівняння гідрологічних характеристик до і після антропогенного впливу. Однак можливості таких оцінок дуже обмежені, оскільки гідрометеорологічні умови сильно змінюються [5,9]. Головні перспективи розвитку методів досліджень і передбачень поведінки природних систем на даний час вирішуються за допомогою їх математичного моделювання.

1. РІВНЯННЯ РУХУ ПОТОКІВ РІДИНИ У ПСЕВДОПРИЗМАТИЧНИХ РУСЛАХ

Запишемо систему рівнянь, що характеризують рух рідини:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial ui}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right); \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vi}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right); \tag{3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wi}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right). \tag{4}$$

Рівняння (1) – це рівняння нерозривності для нестисливої рідини, а (2) – (4) – рівняння Нав'є – Стокса.

Прийmemo за координатну лінію x_1 лінію середнього дна, а за координатні лінії x_2 і x_3 – прямі, що лежать у нормальній до лінії дна площині так, що x_2 напрямлене горизонтально. Припущення про малість глибини потоку порівняно з радіусом кривини лінії середнього дна пов'язане якраз із цим вибором системи координат.

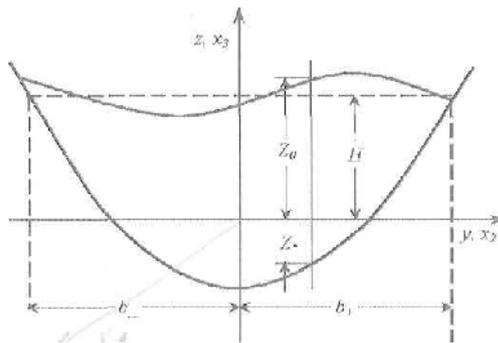


Рис. 1. Поперечний переріз потоку.

Позначимо U – швидкість потоку річки, F – площу живого перерізу потоку річки для заданої ширини B . Проінтегруємо систему рівнянь (1) – (4) за площею поперечного перерізу потоку (рис.1) і нехтуючи доданками, що значно не впливають на поведінку розв'язків задачі, після простих математичних перетворень отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\frac{\partial(UF)}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0; \tag{5}$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\alpha - 1}{g} \frac{U}{F} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 R} = i,$$

де $g = 9,8$ м/с² – прискорення сили тяжіння; $c = \text{const}$ – коефіцієнт Шезі; $i = \sin \delta = \text{const}$ – нахил лінії середнього дна; $B = b_- + b_+ = \text{const}$ – ширина вільної поверхні; $R = \text{const}$ – гідравлічний радіус русла; α – відомий у гідравліці коректив середньої швидкості.

2. ФОРМУЛЮВАННЯ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Доповнимо рівняння системи (5) початковими

$$U|_{t=0} = u_0(x), F|_{t=0} = f_0(x) \text{ на } [0, L]$$

та крайовими $U(t, 0) = 0, F(t, 0) = 0$ умовами отримаємо початково-крайову задачу знаходження невідомих U, F .

3. ВАРІАЦІЙНА ЗАДАЧА

Уведемо простори допустимих функцій $H := L^2(\Omega), V := \{v \in H^1(\Omega) \mid v(0) = 0\}$. Для побудови варіаційної задачі домножимо перше рівняння системи (5) на довільну функцію $\varphi \in V$, друге – на $\psi \in V$ і результати проінтегруємо за областю Ω .

Уведемо такі білінійні форми:

$$a(u, f, \varphi) = \int_{\Omega} u \frac{\partial f}{\partial x} \varphi dx; \quad b(u, \varphi) = \int_{\Omega} u \varphi dx; \quad c(u, \varphi) = \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x} \varphi dx; \quad d(u, f, \varphi) = \int_{\Omega} u f \varphi dx,$$

а також лінійний оператор

$$l(\varphi) = \int_{\Omega} i \varphi dx$$

Тоді варіаційне формулювання початково-крайової задачі (5) запишемо так:

Задано:

$$u_*, f_* \in H$$

Знайти пару:

$(u, h) \in L^2(0, T; V \times V)$ таку, що

$$\begin{cases} a(u, f, \varphi) + a(f, u, \varphi) + b(f', \varphi) = 0; \\ \frac{1}{g} b(u', \psi) + \frac{\alpha}{g} a(u, u, \psi) + \frac{1}{B} c(f, \psi) + \frac{1}{C^2 R} d(u, u, \psi) - \frac{\alpha - 1}{g} d(w, f', \psi) = \langle l, \psi \rangle; \\ b(u(0) - u_0, \varphi) = 0, b(f(0) - f_0, \psi) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

4. ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ЗА ЧАСОВОЮ ЗМІННОЮ

Для побудови обчислювальної схеми розв'язку варіаційної задачі виконаємо напівдискретизацію варіаційної задачі в часі. Розділимо відрізок часу

$[0, T]$ на $N_T + 1$ однакові (хоча це необов'язково) частини $[t_j, t_{j+1}]$ завдовжки $\Delta t = t_{j+1} - t_j$, $j = 0, \dots, N_T$. На кожному відрізку $[t_j, t_{j+1}]$ шукаємо розв'язки задачі (6) $u(x, t), f(x, t) \in L^2(0, T; V)$, які апроксимуємо поліномами вигляду

$$\begin{cases} u_{\Delta t}(x, t) = \{1 - \omega(t)\} u^j(x) + \omega(t) u^{j+1}(x); \\ f_{\Delta t}(x, t) = \{1 - \omega(t)\} f^j(x) + \omega(t) f^{j+1}(x); \\ t \in [t_j, t_{j+1}], j = 0, 1, \dots, N_T - 1, \omega(t_j, t) = \frac{t - t_j}{\Delta t} \end{cases} \quad (7)$$

з невідомими функціями $u^j(x), f^j(x) \in V_h$.

Для функціонала $l(x, t) \in V_h^1$ задачі (6) будемо використовувати апроксимації вигляду

$$l_{\Delta t}(x, t) = l_{j+1/2} = l(t_{j+1/2}, x). \quad (8)$$

5. ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ГАЛЬОРКІНА

Виберемо послідовність скінченновимірних просторів апроксимацій V_h з простору V з властивостями $\dim V_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} \infty$. Тоді (u_h, f_h) – напівдискретна апроксимація розв'язку (u, f) . Виберемо базис $\{\varphi_j\}_{j=1}^N$ простору апроксимацій V_h .

Апроксимація Гальоркіна u_h та f_h однозначно визначена такими розкладами:

$$u_h^j(x) = \sum_{i=1}^N U_i^j \varphi_i(x), \quad f_h^j(x) = \sum_{i=1}^N F_i^j \varphi_i(x) \quad (9)$$

за функціями базису $\{\varphi_i\}_{i=1}^N$ і невідомими коефіцієнтами

$$U = \{U_i\}_{i=1}^N, \quad F = \{F_i\}_{i=1}^N.$$

З використанням матричних позначень рекурентна схема допускає еквівалентне зображення:

Задано:

$$\Delta t, \omega(t) = \text{const} > 0,$$

$$u^j, f^j \in R^n.$$

Знайти:

$$u^{j+1}, f^{j+1} \in R^n.$$

такі, що:

$$\begin{cases}
\left[B1 + \Delta t \gamma A1(u^j) + \Delta t \gamma A2(u^j) \right] f^{j+1/2} + \left[\Delta t \gamma A3(f^j) + \Delta t \gamma A4(f^j) \right] u^{j+1/2} = \\
= -AP1(u^j, f^j) - AP2(f^j, u^j); \\
\left[\frac{1}{B} \Delta t \beta C + \frac{\alpha - 1}{g} D2(w^j) \right] f^{j+1/2} + \left[\frac{1}{g} B2 + \frac{\alpha}{g} \Delta t \beta (A5(u^j) + A6(u^j)) + \frac{1}{C^2 R} 2 \Delta t \beta^2 D1(u^j) \right] u^{j+1/2} = \\
= L_{j+1/2} - \frac{\alpha}{g} AP3(u^j, u^j) - \frac{1}{B} CP(f^j) - \frac{1}{C^2 R} DP(u^j, u^j); \\
u^{j+1} = u^j + \Delta t u^{j+1/2}, f^{j+1} = f^j + \Delta t f^{j+1/2}.
\end{cases} \quad (10)$$

6. КУСКОВО-ЛІНІЙНІ АПРОКСИМАЦІЇ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Для розв'язування задачі напівдискретизації Гальоркіна на практиці широко використовують кусково-лінійні апроксимації методу скінченних елементів. Відрізок $[0, L]$ поділимо за допомогою послідовності рівновіддалених вузлів:

$$x_i = i \cdot h, i = 0, \dots, N, h = \frac{L}{N} \text{ на } N \text{ скінченних відрізків } [x_i, x_{i+1}], i = 0, 1, \dots, N-1.$$

Неперервні кусково-визначені базисні функції $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^N$ з простору V_h вибираємо у вигляді лінійних поліномів

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq x_{i-1}, \\ \frac{x - x_{i-1}}{h}, & x_{i-1} \leq x \leq x_i, \\ \frac{x_{i+1} - x}{h}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \\ 0, & x_i \leq x \leq L. \end{cases}$$

Тоді на кожному відрізку напівдискретну апроксимацію задамо у вигляді

$$\begin{aligned}
u_h^k(x) &= \sum_{j=i}^{i+1} U^k \varphi_j(x), \\
f_h^k(x) &= \sum_{j=i}^{i+1} F^k \varphi_j(x), \quad \forall h > 0, \quad \forall x \in [x_i, x_{i+1}],
\end{aligned}$$

де

$$\varphi_i(x_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j; \end{cases}$$

$u_h^k(x_i) = U_i^k, f_h^k(x_i) = F_i^k, i = 0, 1, \dots, N$ – наближені розв'язки у вузлах сітки.

7. ТЕСТОВІ ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Розглянемо приклад з відомим аналітичним розв'язком:

$$\frac{\partial(uf)}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{u}{g} \frac{\partial \alpha u}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{(\alpha-1)}{f} u \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{u^2}{C^2 R} = i + G(x,t);$$

$$u|_{t=0} = -x, \quad f|_{t=0} = x; \quad u(t,0) = 0, \quad f(t,0) = 0,$$

$$\text{де } G(x,t) = \frac{1}{(1+t)^2} \left(\frac{x}{g} + \frac{\alpha x}{g} + \frac{2(\alpha-1)}{g} + \frac{(1+t)^4}{B} + \frac{x^2}{C^2 R} \right) - i.$$

Точний аналітичний розв'язок цієї задачі запишемо у вигляді

$$\begin{cases} u^*(x,t) = -\frac{x}{(1+t)}; \\ f^*(x,t) = x(1+t)^2. \end{cases}$$

Обчислення проведені для розбиттів відрізка $x \in [0,1]$ на 20, 40, 80 скінченних елементів і з кроком $\Delta t = 0.01$.

Нижче подаються графіки зміни площі поперечного перерізу та швидкості в часі.

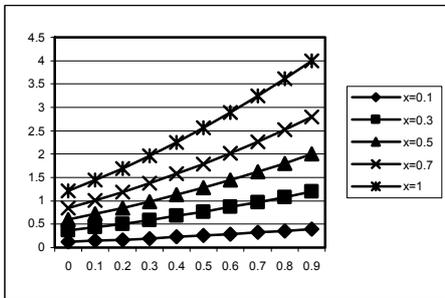


Рис. 2. Площа для різного розбиття по X

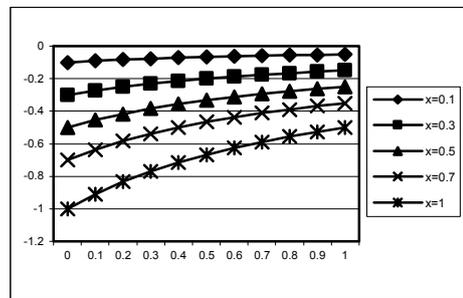


Рис. 3. Швидкість для різного розбиття по X

Норму похибки для функції F , як і для U , обчислювали за такою формулою:

$$\|e_{\Delta th}\|^2 = \int_0^T \int_0^1 (f_{h\Delta t} - f)^2 dx dt = \sum_{i_i}^{i_{i+1}} \int_0^1 (f_{h\Delta t} - f)^2 dx dt = \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} \int_0^1 \left(f_{h\Delta t} \left(x, t_{i+\frac{1}{2}} \right) - f \left(x, t_{i+\frac{1}{2}} \right) \right)^2 dx$$

Порядок збіжності за просторовою змінною знаходили зі співвідношення

$$K = \text{Log}_2 \frac{\|e_{\Delta th}\|^2 - \|e_{\Delta t, \frac{h}{2}}\|^2}{\|e_{\Delta t, \frac{h}{2}}\|^2 - \|e_{\Delta t, \frac{h}{4}}\|^2}$$

Отримано порядок збіжності для функції F , який дорівнює 1.925635, аналогічно для функції U – 2.40379. Подібно обчислювали порядки збіжності за часом, для функції F : $K = 5.007565$; для функції U : $K = 4.996095$.

Для різних типів річок вибрано такі значення параметра α :

$\alpha = 1$ – рівнинні; $1 < \alpha \leq 1.07$ – напівгірські; $1.07 < \alpha < 6$ – гірські річки.

Задано такі значення параметра α : $\alpha = 1$; $\alpha = 1.05$; $\alpha = 2$.

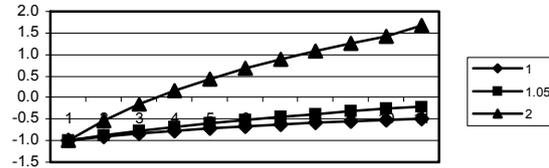


Рис. 4. Значення швидкості при різних параметрах α

Приклад 2. Покажемо використання цієї моделі на складному дні русла ріки.

$$\frac{\partial(uf)}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0;$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{u}{g} \frac{\partial \alpha u}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{(\alpha - 1)}{f} u \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{u^2}{C^2 R} = i;$$

$$u|_{t=0} = 0, f|_{t=0} = x^2; u(t, 0) = 0, f(t, 0) = 0,$$

де параметри: $\alpha=1$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$, $\Delta t = 0.0001$, $B=8$, $g=9.8$, $C=60$, $R=1$

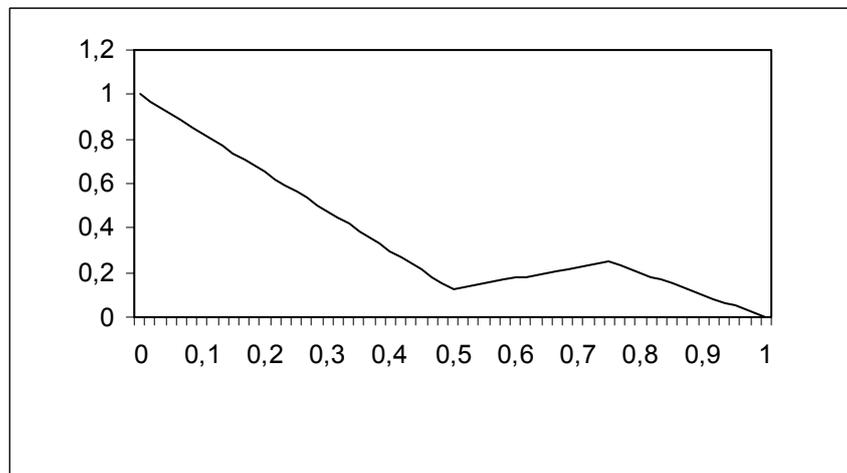


Рис. 5. Зображення рельєфу дна ріки

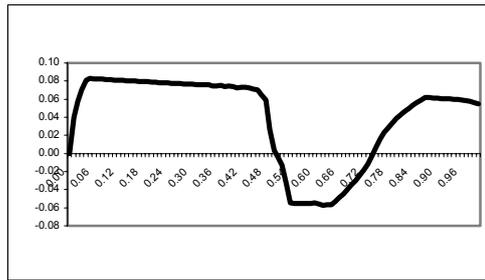
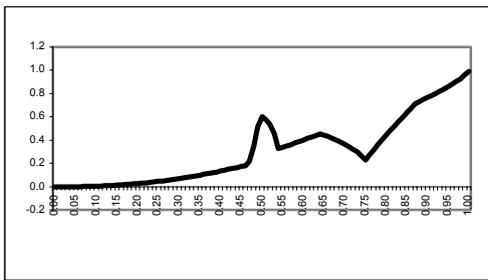


Рис. 6. Зміни площі поперечного перерізу F

Рис.7. Зміни швидкості руслового потоку для постійної ширини русла B=8

З аналізу графіків з Рис. 6 і Рис.7 видно, що площа поперечного перерізу приймає найбільше і найменше значення в точках екстремуму рельєфу дна річки. Швидкість потоку з Рис.7 приймає від’ємні значення, коли вода перетікає вершини рельєфу дна потоку. Слід зауважити, що складність рельєфу дна породжує осциляції розв’язку задачі, що приводить до апроксимацій шуканої функції базисними функціями вищих порядків або до застосування адаптивних схем побудови сіток у вибраній області.

Приклад 3. Числові результати порівнювали з результатами лабораторних досліджень, опублікованих у [11].

Оскільки ширина русла b стала і дорівнює 0,838 м, відомі початкова висота h_0 та

розхід потоку Q_0 , то за формулою $u_0 = \frac{Q_0}{h_0 b}$ можна знайти початкову швидкість, яка

дорівнює 0.378831. Згідно з [11], з формули $R = (C_0 n_0)^6$ отримуємо значення гідравлічного радіуса русла. Підставимо ці дані у програму й отримаємо результати (див. таблицю 1).

Таблиця 1.

Порівняння чисельних результатів з результатами лабораторних досліджень [11]

№	h_0 , м	R	Нахил дна, $\times 10^{-5}$	Глибина потоку, мм							C_0	n_0
				h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7		
Рівномірний потік $Q_0 = 10$ л/с												
1. Теплов	31,5	0,034	123,90	31,0	28,3	25,0	20,9	18,0	14,9	11,4	63,41	0,009
Програма	31,5	0,034	123,90	31	30,2	24,9	24,2	23,3	22,5	20,2	63,41	0,009
2. Теплов	34,0	0,031	100,20	34,1	31,9	29,0	25,5	22,9	19,9	16,7	62,45	0,009
Програма	34,0	0,031	100,20	34	32,2	28,6	25,1	24,8	23,3	20,2	62,45	0,009
3. Теплов	40,0	0,034	74,81	40,0	38,1	35,9	32,9	30,9	28,5	25,8	57,08	0,010
Програма	40,0	0,034	74,81	39,9	38,1	35,7	33	30,91	28,7	28,1	57,08	0,010
4. Теплов	46,5	0,031	49,50	46,6	45,4	43,5	41,1	40,0	38,1	36,0	56,34	0,010
Програма	46,5	0,031	49,50	46,5	46,4	46,2	45,2	42,2	41	36,2	56,34	0,010
5. Теплов	62,8	0,061	24,12	62,8	61,9	60,9	59,4	58,6	57,5	56,6	52,35	0,012

Продолжение таблицы 1

Програма	62,8	0,061	24,12	62,7	62,5	62,1	61,1	59,7	57,3	56,4	52,35	0,012
6. Теплов	80,8	0,082	12,49	80,8	80,4	79,7	79,0	78,2	77,7	77,0	50,75	0,013
Програма	80,8	0,082	12,49	80,8	80,6	80,3	79,1	78,5	77,68	75,4	50,75	0,013
7. Теплов	99,5	0,075	5,12	99,5	99,2	98,9	98,2	97,9	97,6	97,3	59,09	0,011
Програма	99,5	0,075	5,12	99,4	99,2	99	98,5	97,7	97,4	97,1	59,09	0,011

Наведені результати засвідчують достовірність отриманих даних з програми, хоча збіг результатів приблизний, бо у статті [11] результати отримані під час лабораторних дослідів за ідеальних умов.

8. ВИКОРИСТАННЯ АПЛІКАЦІЇ З GIS-КОМПОНЕНТОЮ ПОБУДОВАНОЇ НА ОСНОВІ ARCGIS SERVER'А

У даній роботі створено Web-застосування геоінформаційної системи водних ресурсів України, яка використовує технологію універсального розширення. В ній створено та вбудовано GIS-компоненту, яка використовує наступні можливості розширення Web -сайту:

- виділення річки;
- збільшення зображення річки;
- інформація про річку;
- розв'язування задачі моделювання водних потоків у річках.

Вигляд Web – сторінки сайту з GIS – компонентою показано на Рис. 8

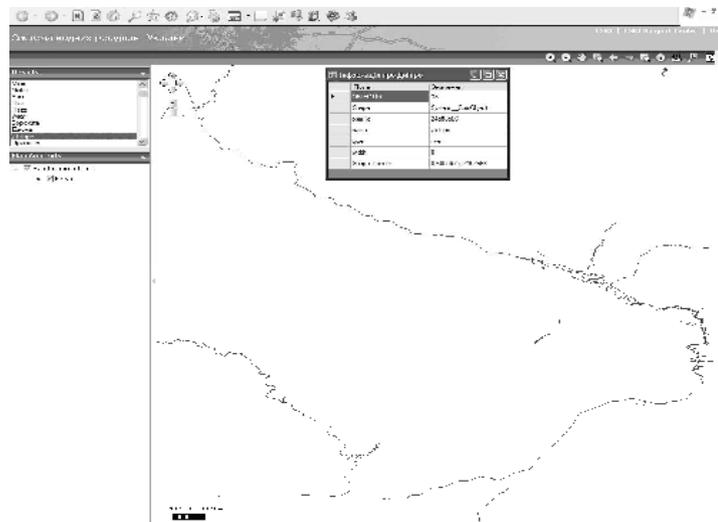


Рис 8. Інформація про річку.

ПІДСУМКИ

В даній роботі розглянуто задачу математичного моделювання руслового стоку рідини з поверхні водозбору. Виведено з загальних рівнянь Нав'є - Стокса систему рівнянь, що описують русловий стік. Сформульовано умови зміни параметра для різних видів потоків у річках. Досліджено умови стійкості встановленого потоку. Сформульовано початково-крайову задачу руху нестисливої рідини в руслі з вертикальною площиною симетрії та варіаційну задачу, яка розв'язується методом скінченних елементів. Виконано напівдискретизацію варіаційної задачі в часі та дискретизацію Гальоркіна за просторовою змінною. Обчислено абсолютні та відносні похибки швидкості та глибини руслового потоку, проаналізовано норму похибки результуючих даних. Знайдено порядок збіжності числової схеми апроксимації розв'язку за просторовою змінною і часом. Виконано порівняння числових результатів з точним аналітичним розв'язком задачі. Апробовано поведінку розв'язків задачі для різних типів рельєфу дна русла. Зроблено аналіз достовірності результатів програми з порівняння їх з результатами лабораторних досліджень російських вчених.

Для формування даних і візуалізації розв'язку задачі запропоновано технології, які б дали змогу використовувати Web-застосування на базі ArcGIS Server'a, де на окремому шарі надаються можливості моделювання та розв'язування прикладних задач, а саме моделювання потоків води у річках вибраної території.

Список литературы

1. Бураков Д.А. Математическое моделирование стока: теоретические основы, современное состояние, перспективы / Бураков Д.А., Карелова Е.Д., Шайдуров В.В – Вестн. КрасГУ. – 2006. – 19 с.
2. Венгерський П.С. Математичне моделювання руслового стоку вологи/ Венгерський П.С., Коковська Я.В. – Dynamical System Modeling and Stability Investigation: -“DSMSI-2007”: International Conference: Theses of conference reports. May 22-25. Kyiv, 2007. – P. 174.
3. Венгерський П.С. Чисельне моделювання руслового стоку вологи/ Венгерський П.С., Коковська Я.В. – Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: XIV Всеукр. наук. конф.: Тези доп. Львів. 2007. – С. 54 – 55.
4. Венгерський П.С. Один з підходів моделювання процесів руслового стоку рідини / Венгерський П.С., Коковська Я.В. – Вісн. Льв. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. Вип. 15– 2010.
5. Виноградов Ю.Б. Математическое моделирование процессов формирования стока/ Виноградов Ю.Б. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 312 с.
6. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков/ Гришанин К.В. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. 311 с.
7. Картвелишвили Н.А. Идеализация сложных динамических систем с примерами из электроэнергетики/ Н.А. Картвелишвили, Ю.И. Галактионов – М.:Наука, 1976. – 272 с.
8. Картвелишвили Н.А. Неустановившиеся открытые потоки/ Картвелишвили Н.А. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 126 с.
9. Кучмент Л.С. Модели процессов формирования речного стока/ Кучмент Л.С. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 142 с.
10. Савула Я.Г. Метод скінченних елементів/ Савула Я.Г., Шинкаренко Г.А. – Львів, 1999. – 80 с.

11. Расчет водопропускной способности призматического прямоугольного русла с отрицательным уклоном дна [Электронный ресурс] / В.И. Теплов // Государственный гидрологический институт СПб. – Россия. – 13 с. – Режим доступа к журналу: <http://bedload.boom.ru/index.html>

Венгерский П. Моделирование потоков жидкости на территории водосбора с использованием WEB-приложений с GIS-компонентов на основе ARCGIS SERVER'а/ П. Венгерский, И. Кищак, Я. Коковская // Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского. Серия: География. – 2010. – Т. 23 (62). – №2 – С. 36-47.

Рассмотрен подход к моделированию стока несжимаемой жидкости в псевдопризматическом русле с вертикальной плоскостью симметрии. Описаны условия устойчивости для установленного потока. Введено и проанализировано значение корректива средней скорости для разных видов потоков в реках. Приведена вариационная формулировка задачи, которая была решена методом конечных элементов. Результаты протестированы на примере с аналитическим решением, а также выполнено сравнение результатов вычислений с лабораторными исследованиями других авторов.

В данной работе предложена технология, которая бы позволила использовать ArcGIS-расширения, т.е. GIS-компоненты, для Web-приложений на базе ArcGIS Server'а. Такие технологии обеспечивают простое и удобное интегрирования и использования GIS-компонент на WEB-сайте, где на отдельном слое предоставляются возможности моделирования и решения прикладных задач движения потоков воды в реках.

Ключевые слова: уравнения движения жидкости, скорость потока, сечение русла, напорное движение, радиус кривизны средней линии дна, проекционные уравнения, схема Галеркина, метод конечных элементов, одношаговая рекуррентная схема, линеаризация.

Vengersky P. Modelling of liquid flow on the water catchment using WEB-GIS-applications from components based on ARCGIS SERVER'A/ P. Vengersky, I. Kishchak, Y. Kokovska // Scientific Notes of Taurida National V. Vernadsky University. – Series: Geography. – 2010. – Vol. 23 (62). – №2 – P. 36-47.

The approach to modeling the flow of incompressible fluid in a pseudo prismatic river-bed with the vertical plane of symmetry. Describe the stability conditions for a given flow. Introduced and analyzed the average speed value adjustments for different types of flows in rivers. An variational formulation of the problem, solved by finite element method. The results tested on the example that has the analytical solution and the numerical comparisons with laboratory studies by other authors. In this paper technology that would be allowed to use ArcGIS-Extension, that is GIS-components for Web-applications based on ArcGIS Server'a. Such technologies provide simple and easy integration and use of GIS-component on the WEB-site, where a separate layer provided opportunities modeling and solving applied problems of moving water flow in rivers.

Key words: equation of motion of fluid, speed of flow, section of river-bed, pressure motion, radius of curvature of middle line of bottom, projection equation, Galerkin scheme, finite elements method, linearization.

Поступила в редакцию 05.05.2010 г.